

מבוא - חפיפת משולשים

חפיפת משולשים הוא נושא גדול ורחב בגיאומטריה. כאשר אנו מוכיחים חפיפת משולשים, אנו בעצם אומרים שהמשולשים החופפים, הם אותו המשולש, כיוון שאם נשים אותם אחד על השני, הם ישתלבו למשולש אחד.

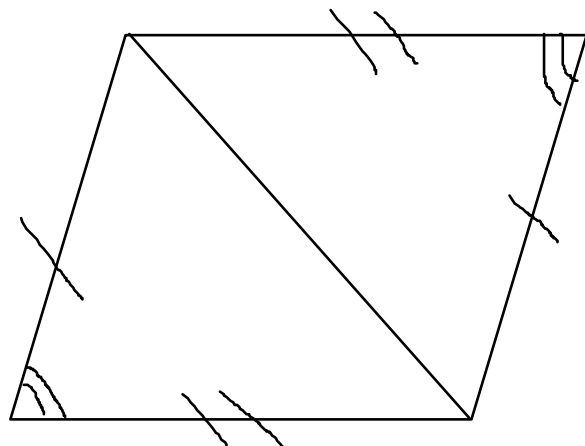
חפיפת משולשים הוא נושא הכולל בתוכו הוכחות גיאומטריות, תוך שימוש בנימוקים, טענות, ותופעות גאומטריות ידועות.

אז איך ניתן לקבוע אם משולשים חופפים?

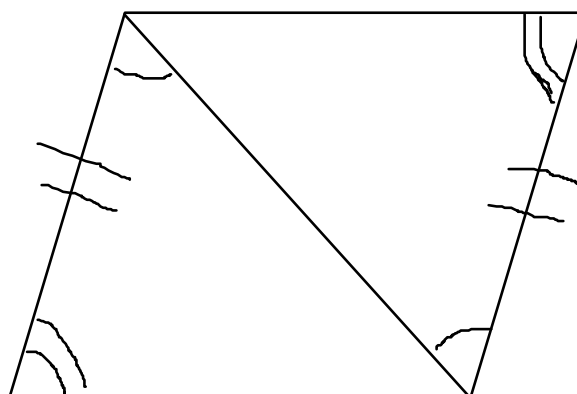
1. אם במשולש אחד 2 צלעות, השוות באורכן ל-2 צלעות במשולש השני, ובין הצלעות זווית אחת ששווה לזווית במשולש השני, המשולשים חופפים. להוכחה זו קוראים משפט חפיפה צלע זווית צלע, או צ.ז.צ.
2. אם במשולש אחד 2 זוויות, השוות בגודלן ל-2 זוויות במשולש השני, ובין הזוויות צלע אחת ששווה לצלע במשולש השני, המשולשים חופפים. להוכחה זו קוראים משפט חפיפה זווית צלע זווית, או ז.צ.ז.
3. אם במשולש אחד כל הצלעות שוות לכל הצלעות במשולש השני, המשולשים חופפים. להוכחה זו קוראים משפט חפיפה צלע צלע צלע, או צ.צ.צ.

*ישנו משפט חפיפה רביעי, אך עליו נלמד אך ורק בחטיבה.

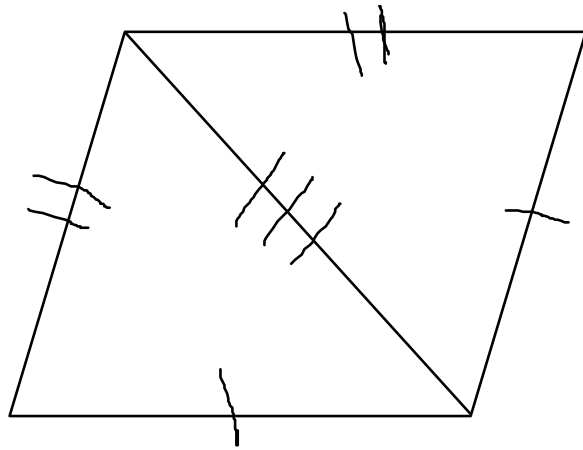
איך זה נראה בסרטוט?



המשולשים חופפים ע"פ משפט חפיפה צלע זווית צלע (צ.ז.צ.)



המשולשים חופפים ע"פ משפט חפיפה זווית צלע זווית (ז.צ.ז.)



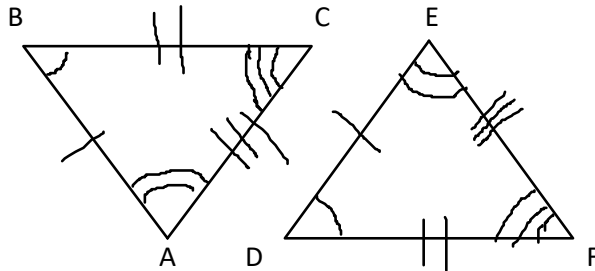
המשולשים חופפים ע"פ משפט חפיפה צלע צלע צלע (צ.צ.צ.)

כתיבת חפיפה

על מנת לכתוב כי משולשים חופפים, ישנו סימן בשם "סימן החפיפה", שנראה כך: $\cong$ והוא מתחלק ל-2 אגפים: המשולש הראשון, שאת סדר קודקודיו נוכל לכתוב באיזה סדר שנרצה, ובצידו השני, המשולש השני, שאת קודקודיו עלינו לכתוב לפי אותו הסדר.

כיצד עושים זאת?

לפניכם דוגמת תרגיל:



נתון: המשולשים שלפניכם בסרטוט חופפים.

כתבו בכתב מתמטי את החפיפה

נרשום את סדר המשולש הראשון כרצוננו:

$\triangle ABC$

כעת נבדוק: איזו זווית שווה לזווית A, B ו-C, וכך נסדר את הקודקודים במשולש השני:

$\triangle EDF$

עכשיו כל הנותר הוא לבדוק כי הפתרון נכון:

$$ED=AB$$

$$DF=BC$$

$$EF=AC$$

$$\angle A = \angle E$$

$$\angle B = \angle D$$

$$\angle C = \angle F$$

אם כל הסעיפים נכונים, הגעתם לפסוק אמת, כעת נותר רק להוסיף את סימן החפיפה:

$$\triangle ABC \cong \triangle EDF$$

טבלת הוכחה

על מנת להוכיח את הטענות שלנו כמבוקש בחפיפת משולשים, עלינו ליצור טבלת טענה ונימוק, בה אנו נכתוב את הטענה בתצורה מתמטית, ואת הנימוק בצורה מילולית.

לכל תופעה גאומטרית נימוק משלה - לפניכם דוגמאות:

זוויות קודקודיות - זוויות קודקודיות שוות זו לזו
מציאת גודל של זווית במשולש כאשר 2 הזוויות האחרות נתונות לנו - סכום זוויות במשולש 180 מעלות.

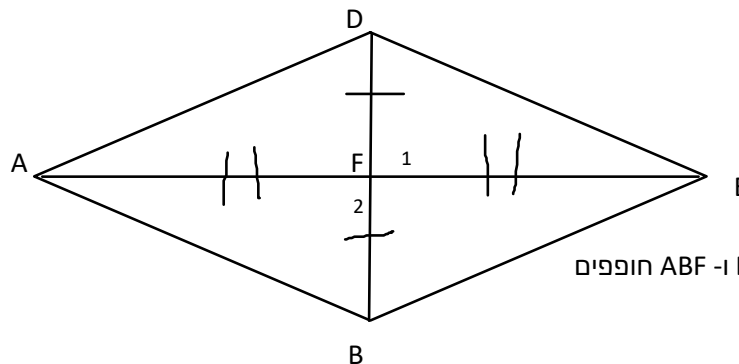
כיצד נעשה זאת?

נבנה טבלה הנראית כך:

טענה	נימוק
------	-------

על מנת לוודא חפיפה סופית, אנו נכתוב בסעיף ההוכחה את משפט החפיפה המתאים.

דוגמה:



נתון: $DF=FB$, $AF = BF$

הוכיחו: המשולשים DEF ו-ABF חופפים

נימוק	טענה
נתון	$FB=DF$
נתון	$BF=AF$
זוויות קודקודיות שוות	$\angle F_1 = \angle F_2$
לפי משפט חפיפה צלע זווית צלע	$\triangle ABF \cong \triangle EBF$

איך נפתור תרגילים כאלו להבא?

בחפיפת משולשים, אנו ניתקל בתרגילים מסובכים בהרבה, הכוללים סוגי משולשים ותופעות גיאומטריות שלא דווקא מצוינות בנתונים, לכן עלינו לוודא כי אנו מודעים לכל התופעות הגיאומטריות שעלינו להיות מודעים אליהן, להתאים לכל אחת מהן את הנימוקים שלהן, ולהבין כיצד נוכל להשיג מהן חפיפת משולשים.