

מבוא לאלגברה - הכירו את המשתנה

באלגברה, כאשר אנחנו נרצה לסמן מספר, איבר או כל ביטוי מסוים שמשמעותו לא משנה, או אינה ידועה, ניעזר במשתנה - אות לועזית קטנה, לרוב a, b, c, x, y , המתארות ביטוי מתמטי כלשהו.

לדוגמה:

לא משנה כמה תפוחים יש לי, אני אהיה מאושר -- אם יש לי x תפוחים, אני מאושר.
מספר הזוכים בלוטו החודש טרם נחשף -- מספר הזוכים בלוטו החודש עומד על x זוכים.

כאשר נרצה להכפיל משתנה במספר כלשהו, כלומר, לקבל מספר פעמים את אותו המשתנה, אנחנו ניעזר ב"מקדם" - כמות המשתנים המופיעים בביטוי. אם המשתנה שלנו הוא x והמספר שאנחנו כופלים את x בו הוא a , אז במקום לכתוב $a * x$, נוכל פשוט לכתוב ax . (באלגברה, על מנת לא להתבלבל בין סימן הכפל לבין המשתנה השכיח x , אנו נכתוב את סימן הכפל כנקודה, ולא כ- X). כפי שניתן לחלק מספר כלשהו במספר אחר, ניתן לחלק את המקדם של x במספר כלשהו, בתנאי שהמקדם הוא מספר חופשי - אינו משתנה, אלא מספר בעל ערך.

לדוגמה:

$$\begin{aligned} 5 * x &= 5x \\ 100 * x &= 100x \\ 100 * x : 5 &= 100x : 5 = 20x \end{aligned}$$

מבוא לאלגברה - הכירו את הביטוי האלגברי

ביטוי אלגברי, הוא תבנית הכוללת בתוכה 2 איברים לפחות, ופעולת חשבון המתבצעת ביניהם. שימו לב - כל משתנה בעל מקדם הוא ביטוי אלגברי, כיוון שהמקדם הוא בעצם השמטה של פעולת כפל בין המקדם למשתנה.

לדוגמה:

$x + 5$ -- ביטוי אלגברי (איבר א': 5, פעולה חשבונית - חיבור, איבר ב': x)

$x - 12$ -- ביטוי אלגברי (איבר א': 12, פעולה חשבונית - חיסור, איבר ב': x)

$12x$ -- ביטוי אלגברי (איבר א': 12, פעולה חשבונית - כפל, איבר ב': x)

x^2 -- ביטוי אלגברי איבר א': x, פעולה חשבונית - חזקה, איבר ב': x

מבוא לאלגברה - הצבה

אמרנו שהמשתנה, הוא איבר שערכו טרם נמצא, ולעיתים, אנחנו נרצה לתת למשתנה ערך כדי להפוך ביטוי אלגברי להגיוני, או למספר בודד, שאינו ביטוי אלגברי הכולל בתוכו משתנים. נתינת ערך למשתנה, והחלפתו בערך כלשהו, נקראת גם "הצבה".

לדוגמה:

תרגיל:

לפניכם 3 כדורים עם מספר עליהם.

ערך כדור מספר 1 הוא $x + 1$

ערך כדור מספר 2 הוא $x + 2$

ערך כדור מספר 3 הוא $x + 3$

x שווה למספר הכדורים שיש לנו

מצאו את ערכי הכדורים 1, 2 ו-3

פתרון

אם x שווה למספר הכדורים שיש לנו, ונתון שיש לנו 3 כדורים, נציב את המספר 3 במקום המשתנה x .

ערך כדור מס' 1 היה $x + 1$ -- > נבצע הצבה -- > ערך כדור מס' 1 הוא $3 + 1$ -- > נבצע חיבור פשוט בין מספרים -- > **ערך כדור מס' 1 הוא 4.**

ערך כדור מס' 2 היה $x + 2$ -- > נבצע הצבה -- > ערך כדור מס' 2 הוא $3 + 2$ -- > נבצע חיבור פשוט בין מספרים -- > **ערך כדור מס' 1 הוא 5.**

ערך כדור מס' 3 היה $x + 3$ -- > נבצע הצבה -- > ערך כדור מס' 3 הוא $3 + 3$ -- > נבצע חיבור פשוט בין מספרים -- > **ערך כדור מס' 1 הוא 6.**

מבוא לאלגברה - פישוט

למדנו שמשתנים זהים יכולים לבצע אחד עם השני פעולות חשבון - ניתן להחסיר משתנה x במשתנה x, אבל לא בשום מספר או משתנה אחר.

דוגמה:

$$2x = 4x - 2x$$

מה שבעצם עשינו היה לקחת מספר איברים, ולצמצם אותו ככל שאפשר, או במילים אחרות, פישוט הביטוי האלגברי לגורמים. על מנת לפשט ביטויים יותר מסובכים, ניתן לסמן בצבע, או בצורה מסוימת את כל המספרים החופשיים בצבע מסוים, וכל סוג משתנה בצבע אחר.

לדוגמה:

$$5p + 8y + 4 + p - 2y + 12$$

$$5p + p = 6p$$

$$8y - 2y = 6y$$

$$4 + 12 = 16$$

נחבר את כל האיברים שצמצמנו לגרסה המצומצמת ככל הניתן: $6p + 6y + 16$

מבוא לאלגברה - חוק הקיבוץ

חוק הקיבוץ הוא חוק מתמטי, האומר כי 2 איברים מאותו הסוג (משתנה מאותו הסוג או מספרים חופשיים), לא משנה היכן נמצאים בסדר הביטוי האלגברי, תמיד יצטמצמו בהתאם לפעולות החשבוניות שבאות לפני האיברים.

לדוגמה:

$9 + x < -- 5 + x + 4$ ניתן לסדר את הביטוי גם כך: $x + 4 + 5 < --$, וכך לראות בבהירות שניתן לצמצם את הביטוי כך $9 + x < --$

חוק הקיבוץ נשען על חוק החילוף, האומר כי לא משנה הסדר בכפל ובחיבור של איברים מאותו הסוג. 5 כפול 4 יהיה אותו הדבר כמו 4 כפול 5, ו-5 ועוד 4 יהיה אותו הדבר כמו 4 ועוד 5.

לדוגמה:

$$15 = 3 * 5 \mid \text{החלפת הגורמים} \mid 15 = 5 * 3$$

$$8 = 3 + 5 \mid \text{החלפת הגורמים} \mid 8 = 5 + 3$$

מבוא לאלגברה - חוק הפילוג

במתמטיקה, יש לנו סדר פעולות חשבון, אותו אנחנו מכירים עוד מכיתה ב'. ידוע לכולנו שראש סדר הפעולות, מגיעים הסוגריים, והפעולה החשבונית שנמצאת בתוכם.

לדוגמה:

$$5 * (3 - 2) = 5 * (1) = 5 * 1 = 5$$

קיימת בעיה בכל הנוגע לסדר פעולות חשבון באלגברה - מה קורה אם אנחנו צריכים להכפיל גורם מחוץ לסוגריים בביטוי אלגברי הכולל משתנים בתוך הסוגריים?

חשבו על הבעיה:

$$5*(4+x)$$

לא ניתן לחבר ע"פ חוק הקיבוץ 2 איברים שהם לא מאותו הסוג - x הוא משתנה מסוג x , ו-4 הוא מספר חופשי...

לשם כך, אנחנו נבצע פעולה הנקראת "פתיחת סוגריים", בעזרת חוק הפילוג - האומר כי אם יש לנו בתוך סוגריים ביטוי אלגברי, ומחוצה לו איבר כלשהו, ללא הפרדה באמצעות פעולת חשבון בין האיבר לסוגריים, נכפול את כל איברי הסוגריים באיבר החיצוני להן. שימו לב - אם יש איבר צמוד לסוגריים, ללא פעולה חשבונית ביניהם, (כמו בחוקיות של מקדם למשתנה), זה אומר אוטומטית שישנה פעולת כפל בין האיבר לסוגריים שמושמטת.

נוסחה:

$$a*(b + c) = a(b + c) = ab + ac$$

כך נפטרנו מן הסוגריים ונוכל להמשיך בתרגיל.

דוגמאות:

$$5(x+3) = 5x + 15$$

$$x(14 + y) = 14x + yx$$

$$x(2 + x) = 2x + x^2$$