

אי שוויונות - איך פותרים?

בנושא זה אנו נלמד כיצד לפתור אי שוויונות, ולייצג את הפתרון בדרך אלגברית וגרפית

אז מה הוא אי שוויון?

אי שוויון פועל בדיוק כמו משוואה רגילה, רק שבמקום שהפתרון יהיה ש- x שווה לערך כלשהו, הפתרון באי שוויון יהיה x גדול או קטן ממשוואה. שימו לב! אי שוויון עשוי לכלול גם סימנים כמו גדול שווה, או קטן שווה, שמשמעותן היא שערכו של x יכול להיות גדול\קטן או שווה לערך שמצאנו באמצעות פתרון אי השוויון באותה הדרך בה אנו פותרים משוואה.

ניקח לדוגמה את התרגיל

$$3x > 9$$

כעת נפתור את אי השוויון ממש כמו משוואה:

$$\frac{3x > 9}{3}$$

לפיכך, על מנת שהביטוי יהיה נכון, x צריך להיות גדול מ-3.

ההבדלים בין אי שוויונות למשוואות

למרות דרך הפתירה הדומה לדרך פתירת משוואות, ישנם 2 הבדלים מרכזיים בין אי שוויונות לבין משוואות:

השפעת כפל וחילוק במספר שלילי
הסימן האלגברי

אם אנו מגיעים לשלב באי שוויון בו עלינו לכפול או לחלק במספר שלילי, עלינו להפוך את הסימן שבין האגפים. שימו לב! תכונה זו עשויה להתאפיין באי שוויונות עם שברים, כאשר יש לכפול לקבלת מכנה משותף, העברת אגפים, כאשר עלינו לחלק את האיבר החופשי במקדם ה-x, וכד'.

הערה חשובה: הפיכת הסימן מתבצעת רק כאשר אנו כופלים או מחלקים במספר שלילי. אם נחלק או נכפיל מספר שלילי במספר חיובי, לא נהפוך או נשנה את הסימן.

דוגמאות לאי שוויונות בהם יש צורך בהפיכת הסימן:

$$\begin{array}{l} -3x > 12 \\ \frac{-3x}{-3} > \frac{12}{-3} \\ x < -4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -2x > 6 \\ \frac{-2x}{-2} > \frac{6}{-2} \\ x < -3 \end{array}$$

הערה: אם היינו צריכים לחלק את 6 בשלוש, לא היינו הופכים את הסימן, כיוון שלא חילקנו במספר שלילי, אלא חילקנו מספר שלילי במספר חיובי.

ההבדל השני בין אי שוויונות למשוואות, הוא כתיבת הפתרון. בשתי הדרכים אנו כותבים את המשתנה x ואת המספר החופשי המהווה את ערכו של x. אז מה שונה? במקום סימן השוויון, שאנו רושמים במשוואה רגילה (=), אנו ניעזר ב-4 סימנים שונים, תלוי בסימן המקורי של אי השוויון, שכל אחד ממנו בעל משמעות שונה:

> - גדול מ-. סימן זה אומר בעצם, שכל מספר הגדול מן המספר החופשי, אליו הגענו בפתרון, מהווה ערך אפשרי ל-x.

< - קטן מ-. סימן זה אומר בעצם, שכל מספר הקטן מן המספר החופשי, אליו הגענו בפתרון, מהווה ערך אפשרי ל-x.

≤ - גדול או שווה ל-. סימן זה אומר בעצם, שכל מספר שהוא המספר החופשי, אליו הגענו בפתרון, או מספר הגדול ממנו, מהווה ערך אפשרי ל-x.

≥ - קטן או שווה ל-. סימן זה אומר בעצם, שכל מספר שהוא המספר החופשי, אליו הגענו בפתרון, או מספר הקטן ממנו, מהווה ערך אפשרי ל-x.

כתיבת פתרון לאי שוויון בדרך אלגברית

כפי שצוין בהתחלת הסיכום, ישנם 2 דרכים לכתיבת פתרון לאי שוויון.

הדרך הראשונה, עליה נרחיב בעמוד זה, היא הדרך האלגברית.

הדרך הפשוטה ביותר לכתיבת פתרון לאי שוויון היא הדרך האלגברית, אשר כולל 3 איברים: המשתנה, סימן האמצע, וערך המשתנה, או המספר החופשי. או אם נסמן זאת בדרך פשטנית יותר:

המשתנה - לרוב יהיה x , או אות אחרת באנגלית שלא מהווה מספר ברור
הסימן - אחד הסימנים עליהם הורחב בעמוד הקודם: $>$, $<$, $\geq$, $\leq$
המספר החופשי\ערך המשתנה - המספר אליו הגענו לאחר פתירת אי השוויון. תמיד יהיה מספר ברור כמו 1, 5.5, וכו'.

איך נרשום זאת בכתב מתמטי, ולא באופן מילולי?

לדוגמה ניקח את אי השוויון הבא:

$$2x > 4$$

נפתור את אי השוויון ונקבל כי ערכו של x תמיד יהיה גדול מ-2.

אם נרשום זאת בכתב מתמטי ובצורה אלגברית:

$$x > 2$$

זה נחשב כפתרון סופי, שאין להרחיב ממנו, אלא אם ביקשו ייצוג גרפי, עליו מורחב בעמוד הבא.

כתיבת פתרון לאי שוויון בדרך גרפית

כפי שצוין מספר פעמים בסיכום זה, אנו נעזרים ב-2 דרכים, נכון לעכשיו, לייצוג פתרון של אי שוויון:

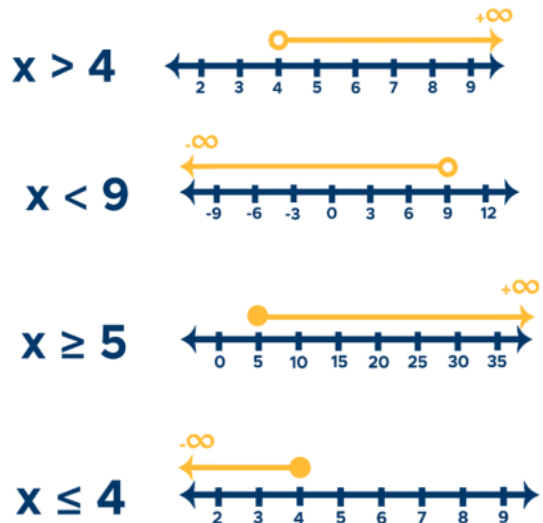
כעת נלמד על הדרך הגרפית.

הדרך הגרפית, אינה מוצגת, לעומת פונקציות, על מערכת צירים, אלא על ישר המספרים, עליו נצטרך לסמן את המספר החופשי, אליו הגענו בפתרון אי השוויון.

לאחר שסימנו את המספר אליו הגענו בפתרון, עלינו לבחון את הסימן של אי השוויון. אם חלק מהסימן הוא לא רק גדול\קטן מ-, אלא גם שווה ל-, נכתוב מעל למספר הפתרון עיגול קטן, אותו נצבע מבפנים. גם אם הפתרון לא כולל "שווה ל-", נכתוב עיגול קטן מעל למספר הפתרון, אלא שאותו לא נצבע מבפנים, ונשאיר ריק.

השלב הסופי יהיה הוספת חץ המצביע לכיוון ערכי המשתנה. אנו כבר יודעים שישר מספרים פועל משמאל לימין, ולכן המספרים הגדולים יהיו בצד ימין, ואילו הקטנים בצד שמאל. אם הסימן הוא "גדול מ-" נמתח חץ היוצא מן הנקודה, מצביע לכיוון ימין של ישר המספרים, ונמשך עד לסופו. אם הסימן הוא "קטן מ-", נמתח חץ היוצא מן הנקודה, מצביע לכיוון שמאל של ישר המספרים, ונמשך עד לסופו.

לפניכם 3 דוגמאות לייצוג גרפי של פתרון אי שוויון:



אז מה למדנו בסיכום זה?

- כיצד פותרים אי שוויונות
- מה הם ההבדלים בין אי שוויונות למשוואות רגילות
- כיצד יש לכתוב את פתרון אי השוויון בדרך אלגברית
- כיצד יש לכתוב את הפתרון בדרך גרפית