

מערכת משוואות - סיכום והסבר הנושא

אתם וודאי תוהים לעצמכם מידי פעם: למדנו משוואות, למדנו אי שוויונות, איזה עוד נושא הכולל מציאת ערך של משתנה יכול להיות מאתגר יותר?

ובכן התשובה לכך תהיה מערכת משוואות.

אז מהי מערכת משוואות?

מערכת משוואות היא מבנה של 2 משוואות הכוללות בתוכן 2 משתנים, לרוב x ו- y . ישנן 2 שיטות למציאת משתנים אלו:

-שיטת השוואת המקדמים
-שיטת ההצבה

אז איך בכלל נראית מערכת משוואות?

מערכת משוואות נראית כמו 2 משוואות רגילות, הכוללות 2 משתנים בתוכן, אך שתיהן קשורות באמצעות סימון הנראה כך: $\{$. אז איך זה נראה?

$$\begin{cases} 2y + x = 8 \\ 4x + y = 18 \end{cases}$$

ההבדלים בין מערכת משוואות למשוואה רגילה

אחד ההבדלים הבולטים של מערכת משוואות, הוא שהיא כוללת 2 משוואות הקשורות זה לזו מבחינת המשתנים, כלומר, ערכי המשתנים שווים ב-2 המשוואות.

$$\begin{cases} 2y + x = 8 \\ 4x + y = 18 \end{cases}$$

הבדל נוסף הוא כי ישנם יותר ממשתנה אחד, כפי שהיינו רגילים עד כה. משתנה חדש, אומר שעלינו למצוא בפתרון הסופי למערכת המשוואות 2 ערכים. ערך אחד ל- x , וערך אחד ל- y .

$$\begin{cases} 2y + x = 8 \\ 4x + y = 18 \end{cases}$$

פתרון מערכת משוואות באמצעות שיטת השוואת המקדמים

אנו משתמשים בשיטת השוואת המקדמים בתנאי אחד:

-מקדמי ה- y או ה- x הם כפולות של אחד השני ב-2 המשוואות

אז איך השיטה פועלת?

עלינו ליצור כמות שווה של x או של y בשתי המשוואות, ולוודא כי יש באחת המשוואות כמות שלילית של המשתנה שברצונכם להשוות, וכמות חיובית במשוואה השנייה של אותו המשתנה. לאחר מכן נרצה לחבר את 2 המשוואות למשוואה אחת. לאחר שמצאנו את ה- x או את ה- y , נציב אותו באחת מן המשוואות המקוריות על מנת למצוא את המשתנה השני.

איך יוצרים כמות שווה של x או של y ?

עלינו לבחון האם כמות משתנה אחד היא כפולה או כמות שווה לכמות אותו המשתנה במשוואה השנייה.

איך זה נראה בכתיב מתמטי?

$$\begin{cases} 2y + x = 8 \\ 4x + y = 18 \end{cases}$$

במקרה זה נוכל לבחור איזה משתנה נרצה להשוות. נבחר עבור הדוגמה ב- y .

על מנת שכמות ה- y במשוואה התחתונה, תהיה שווה -2, עלינו להכפיל את כל המשוואה הזו פי -2.

$$\begin{cases} 2y + x = 8 \\ -8x - 2y = -36 \end{cases}$$

כעת נחבר את 2 המשוואות למשוואה אחת בלבד:

$$2y + x - 8x - 2y = 8 - 36$$

כעת אנו יכולים לבטל לגמרי את כל ה- y במשוואה, מכיוון שקיבלנו $2y - 2y$, וכעת נותרנו עם משוואה רגילה עם משתנה אחד קלה לפתירה:

$$\begin{aligned} -7x &= -28 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

עכשיו, לאחר שמצאנו את ערכו של x , נציב אותו במשוואה העליונה (אין חשיבות לבחירת המשוואה)

$$\begin{aligned} 2y + 4 &= 8 \\ 2y &= 4 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

פתרון מערכת משוואות באמצעות שיטת ההצבה

שיטת ההצבה היא השיטה הטובה והיעילה ביותר לפתירת מערכת משוואות. דרך זו היא הדרך בה משתמשים מחשבוניס ובניה מלאכותית לפתירת מערכת משוואות, גם מהמסובכות ביותר.

אז מה הסיפור הגדול?

ב-2 מילים? העברת אגפים.

אם אנו יודעים כי מספר מסוים ועוד מספר אחר שווים לתוצאה, אז התוצאה פחות מספר מסוים שווה למספר האחר, והתוצאה פחות מספר אחר שווה למספר המסוים.

איך זה נראה בכתיב מתמטי?

$$x + y = z$$

$$x = z - y$$

$$y = z - x$$

עלינו לבחור בקפידות איזה משתנה אנו רוצים לבודד, על מנת להשתמש בממצאים שלנו גם במשוואה הבאה. אנו נרצה לבחור במשתנה שכמותו במשוואה אותה אנו מבודדים שווה או מהווה כפולה של כמות אותו המשתנה במשוואה השנייה.

מה הכוונה?

$$\begin{cases} 2y + x = 8 \\ 4x + y = 18 \end{cases}$$

$$x = 8 - 2y$$

משום שהמשוואה הבאה בעלת פי ארבע יותר x , נכפיל את כל ערכו של x בארבע על מנת להציב:

$$4x = 32 - 8y$$

$$32 - 8y + y = 18$$

$$32 - 7y = 18$$

$$-7y = -14$$

$$y = 2$$

חשוב מאוד לא לאבד במהלך מציאת המשתנה אותו לא בידדנו, את ערכו של המשתנה שכן בידדנו. כעת נוכל להציב את ערך המשתנה שמצאנו, בערכו של המשתנה המבודד.

$$x = 8 - 2y$$

$$x = 8 - 4$$

$$x = 4$$

סימון הפתרונות בדרך הנוחה והקלה ביותר

כפי שאתם יודעים, הסיכויים לקבל ציון טוב, לא מצויים אך ורק בידע המופגן בתשובות, אלא גם בסדר התשובות ובכתיבתם בצורה נוחה לבודק. על מנת להקל על חיי הבודק, אנו לא נסמן את ערך y וערך x אחד אחרי או ליד השני, אלא ניעזר ממושג מעולם האנליטית (כל הקשור בפונקציות ומערכת צירים), האומר כי נקודה במערכת צירים מסומנת כך:

$$(x, y).$$

אם ניקח את הדוגמה הזו לכתיבת פתרון קל ונוח לעין, עבור מערכת המשוואות

$$\begin{cases} 2y + x = 8 \\ 4x + y = 18 \end{cases}$$

נמצא כי:

$$(x, y) = (4, 2)$$

שימו לב! זוהי עצת כתיבה בלבד, שאינה נחשבת כחובה במסגרת הלימוד בבית הספר, אך עשויה לתרום ולכן מוצעת במסגרת סיכום הנושא.